Gabarito da Prova de Matemática da Segunda Fase

Questão 1) Seja x a idade de Carlos e de Manoela. Daí $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=10 \Rightarrow \frac{5x}{6}=10 \Rightarrow x=12$. Portanto a soma das idades dos dois irmãos é 24 anos.

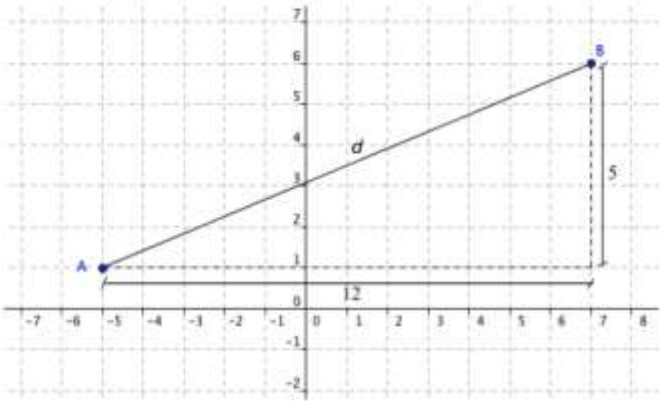
Questão 2) Inicialmente o volume de água na piscina era de 10 litros. No gráfico, vê-se que a após 2 minutos o volume de água passa a ser 30 litros, isto é, aumentou 20 litros em 10 minutos. Como a vazão da água é constante, temos que a taxa de variação é de 10 litros por minuto. Como levou-se 5 minutos para encher a piscina, então a quantidade de água que entrou foi de 50 litros. Como já haviam 10 litros, a capacidade total da piscina é de 10 + 50 = 60 litros.
Obs.: Outras possíveis soluções seriam: observando a lei de formação da função associada ou por observação de triângulos semelhantes, entre outras.

Questão 3) Observemos que o consumo em uma hora será de 900wh = 0,9kwh. Multiplicando por 10 (quantidade de horas) e o resultado por 30 (quantidade de dias) teremos o consumo mensal de 0,9 x 10 x 30 kwh = 270 kwh. Dessa forma, o gasto em reais será de 270 · 0,7. Isto é, R$189,00.

Questão 4) O juro incide sobre o valor financiado, de R$600,00. Daí juro de 5/100 x 600 = 30. Logo o valor para um mês após a compra é de R$630,00.

Questão 5) A altura da bola é dada pela função $h(t)=-\frac{1}{2}(t-2)^2+5$. Note que a expressão $-\frac{1}{2}(t-2)^2$ é sempre negativa ou nula. Observe que é nula quando t = 2, o que faz $h(t)$ assumir o maior valor possível. Assim, a altura máxima é dada por $h(2)=0+5$. Logo, em 2 segundos teremos a altura máxima de 5 metros.

Questão 6) Seguindo a estrutura proposta na questão temos que $d^2=5^2+12^2 \Rightarrow d=13$.

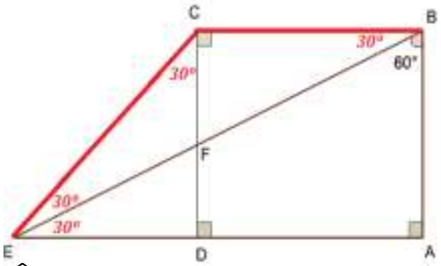


Logo a distância entre os pontos (-5, 1) e (7, 6) é 13.

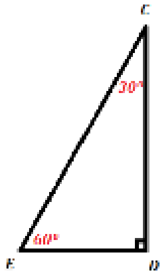
Questão 7) Seja P_o o preço do celular antes do aumento, P_1 o preço do celular após o primeiro aumento, P_2 preço do celular após o segundo aumento e P_3 o preço do celular após o desconto. $P_1=100\%\cdot P_o+20\%\cdot P_o=120\%\cdot P_o=\frac{120}{100}\cdot P_o=1{,}2\cdot P_o$
De modo análogo temos $P_2=1{,}25\cdot P_1$. Daí $P_2=1{,}25\cdot 1{,}20\cdot P_o$. E portanto $P_2=1{,}5\cdot P_o$
Já o preço final é da forma $P_3=60\%\cdot P_2$, que quando em função do preço inicial temos $P_3=0{,}6\cdot 1{,}5\cdot P_o$. Isto é, $P_3=0{,}9\cdot P_o$. O preço final custará 10% a menos que o preço inicial.

Questão 8) Por observação do padrão de recorrência o somatório é sempre o quadrado do termo central, então $N = 2015^2$, donde $\sqrt{N} = \sqrt{2015^2} = 2015$. O número $\sqrt{N}$ decomposto em primos fica na forma $2015 = 5 \cdot 13 \cdot 31$. Portanto, os divisores primos positivos de $\sqrt{N}$ são 5, 13 e 31.

Questão 9) Observemos as relações indicadas nas figuras e justificadas na sequência.



No triangulo ABE encontramos $A\hat{E}B = 30°$, Como BE é bissetriz de $A\hat{E}C$, temos $C\hat{E}B = 30°$. Sabendo que e o ângulo B é reto, encontramos também $C\hat{B}E = 30°$ logo, o triângulo BCE é isósceles. Assim, $BC = CE = 18cm$.



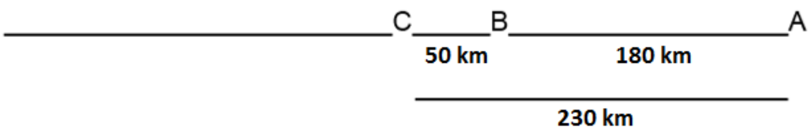
A medida da hipotensa do triângulo retângulo EDC é $18cm$. Usando $cos30°$ nesse triângulo, encontramos DC, da seguinte forma $cos30° = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\overline{CD}}{18}$. Portanto $CD = 9\sqrt{3}cm$.

Tomando BC como base do triângulo BCE, a medida de CD é a mesma medida da altura relativa a essa base.

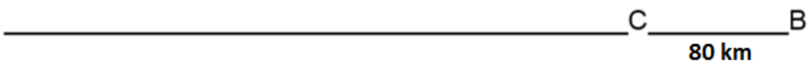
Portanto a área do triângulo em cm^2 é dada por: $S_{BCE} = \frac{\overline{BC} \cdot \overline{CD}}{2} = \frac{18 \cdot 9\sqrt{3}}{2} = 81\sqrt{3}$.

Questão 10) Vamos analisar o problema em duas situações:

1ª situação: Quando André chegou em Cefetolândia, Bruno e Cláudio estavam 180 e 230 quilômetros atrás dele, respectivamente. Dessa forma, faltavam 180 quilômetros para Bruno chegar em Cefetolândia.



2ª situação: Quando Bruno chegou em Cefetolândia, Cláudio estava 80 quilômetros atrás dele.



Note que, da primeira para a segunda situação a distância entre Bruno e Cláudio aumentou 30 quilômetros. Além disso, da primeira para a segunda situação, Bruno andou 180 quilômetros. Como as velocidades de ambos são constantes, isso significa que, cada 6 quilômetros percorridos por Bruno, ele amplia sua distância de Cláudio em 1 quilômetro. Daí, para que Bruno conseguisse ampliar a distância para 80 quilômetros, foram necessários 6x80 = 480 quilômetros de estrada percorrida por Bruno, o que ocorre quando ele chega em Cefetolândia. Portanto, o comprimento dessa estrada é de 480 quilômetros.